Actes de la XIII Jornada sobre la Història de la Ciència i l'Ensenyament. Barcelona, SCHCT-IEC
Grapí Vilumara, P.; Massa Esteve, M. R. (ed.) (2015) p. 33-39
DOI: 10.2436/10.2006.02.4

LOS NÚMEROS ENTEROS EN LAS ARITMÉTICAS EN CASTELLANO DEL SIGLO XVII

JUAN NAVARRO LOIDI
CÁTEDRA MIGUEL SÁNCHEZ MAZAS UPV-EHU.

Palabras clave: *números negativos, cero, aritmética elemental, España, siglo* xvii

Integers in Spanish Arithmetical textbooks during the 17th century

Summary: *In this paper the different opinions about integers held in arithmetic textbooks in Spain during 17th century are considered, showing their slow, but clear evolution to the extension of the set of numbers.*

Key words: *negative numbers, zero, elementary arithmetic, Spain, 17th century*

En este artículo se comentan las dificultades que tuvieron los matemáticos para ampliar el concepto de número, estudiando la evolución de dicho concepto en el siglo xvii, y observando la forma en que se va incluyendo el cero, el uno o los números negativos. Es cierto que los problemas que se suscitaron en el siglo xvii no se parecen mucho a los que se presentan ahora en la enseñanza, porque estuvieron en buena parte relacionados con la importancia que se daba en aquel tiempo a la geometría y a los *Elementos* de Euclides. Pero siempre pueden servir para entender que lo que se considera hoy evidente entre los profesores de matemáticas no tiene por qué serlo para sus alumnos, y que, al menos en lo que a los números se refiere, lo que ahora se enseña no era incuestionable para gente muy sabia en el siglo xvii.

El planteamiento teórico

En el siglo xvii se aceptaba como fundamento teórico de la aritmética la doctrina desarrollada en los libros VII, VIII y IX de los *Elementos* de Euclides. Respecto a la definición de número en el libro VII se dice:

1. Una unidad es aquello en virtud de lo cual cada una de las cosas que hay es llamada una. [.../...]
2. Un número es una pluralidad compuesta de unidades. (Euclides, 1994: 111-112)

Con esas definiciones el cero no es número y los números negativos no tienen cabida. Además, el uno tiene un tratamiento diferente al del resto de los números.

Junto a este planteamiento erudito había otro enfoque práctico, propio de los que aplicaban la aritmética a cuestiones mercantiles, para los que se trataba de contar monedas o bienes. Aunque no criticaran a Euclides, para ellos el uno era una cantidad como otra cualquiera, quedar a cero era un resultado posible en sus operaciones mercantiles, y usaban el haber y el deber como cantidades positivas y negativas, sin hablar de números negativos.

En el libro *Arte y Uso de Arquitectura* (1639, 1665) del agustino descalzo Lorenzo de San Nicolás aparecen juntas esas dos formas de orientar la aritmética. Al comienzo del primer tomo tiene un apartado de aritmética práctica, que incluye lo necesario para los cálculos arquitectónicos posteriores. En esa parte se introducen los números, su escritura y las operaciones con ellos, siguiendo lo que se dice en los *Elementos* y, en las explicaciones, el cero se presenta como un signo utilizado en la escritura de los números y no se acepta que sea el resultado de una resta, que es «conocer la desigualdad que hay de un número a otro, que siendo iguales no habría qué restar» (San Nicolás, 1639: f. 5 v.). Tampoco se acepta que en una resta el resultado sea una cantidad menor que cero, ni que el uno sea un número. Sin embargo, para cuestiones mercantiles se propone, si el sustraendo es mayor al minuendo, hacer la resta «trocando el gasto en recibo, y el recibo en gasto» (San Nicolás, 1639: f. 5 v.), de esa forma el resultado no es un número negativo sino una deuda.

En el segundo tomo se incluye una traducción del libro VII de los *Elementos* de la que se dice: «El septimo libro de Euclides en romance lo hube de Don Juan de la Rocha, [...], que segun supe traduxo del padre Clavio» (San Nicolás, 1665: 266). Efectivamente, el texto que contiene es una buena traducción al español de *Euclid elementorum* de Cristóbal Clavius (Roma, 1589), una obra pedagógica, fiel en lo fundamental a Euclides.

La primera mitad del siglo

En el siglo XVII siguieron siendo muy populares algunos manuales de aritmética escritos en el siglo anterior. Entre ellos el más famoso fue el del andaluz Juan Pérez de Moya *Aritmética práctica y especulativa* (Salamanca, 1562), que llegó a tener seis ediciones en el siglo XVII.

Las definiciones de número y unidad que se dan en ese libro son las de los *Elementos*. El cero no se admite como resultado, tampoco los negativos; pero en el cálculo mercantil se propone, como en *Arte y Uso*, cambiar entre sí gasto e ingreso para hacer todas las restas posibles.

Este libro tiene una parte dedicada al álgebra elemental. En ella se definen las operaciones suma, que se indica con «p», y resta «m»; pero los números negativos no se mencionan, aunque varias expresiones compuestas que aparecen pueden tomar valores negativos para valores positivos de la incógnita.

Otra aritmética que se escribió en el siglo XVI, pero se imprimió al menos nueve veces en el XVII, es el *Dorado Contador* (Madrid, 1594), del valenciano Miguel Gerónimo de Santa Cruz. Este libro es más práctico que el de Pérez de Moya. No se explica el álgebra, en cambio se da importancia a los problemas de reglas de tres, regla de compañía, cambios de monedas y otros semejantes. Las definiciones que se dan son las que daba Euclides, y se insiste en que: «siendo la unidad indivisible no tiene composición alguna, ni es número, más principio o fuente y madre de todo número» (Santa Cruz, 1643: f. 1 v.). Pero el uno sólo es indivisible para la definición de número, porque luego se trabaja con fracciones sin problemas.

Gerónimo Cortes, que fue famoso sobre todo por su *Lunario perpetuo* (1594), publicó también una *Arithmetica practica* (Valencia, 1604). Esta aritmética pertenece al género de los manuales de «cuentas». Su autor era «Maestro de Contar» y no se plantea en este libro explicar aritmética teórica, o «especulativa». Pese a ello, al comienzo se dan las definiciones de los *Elementos*, aunque de forma menos fiel a Euclides que las anteriores. Cortés admite el cero como resultado: «quitar un numero igual de otro igual es propio de esta regla, y a ella toca y pertenece la tal operación: pero porque no queda nada, y por ser tan llana, y facil de operar, no la admiten los Arihmeticos, ni comprehenden debaxo la difinicion desta regla del restar lo que yo no apruebo» (Cortés, 1659: 40). En cuanto al uno, acepta que es un número, pero dice que es un número especial porque «La unidad dize Boecio en su Arithmetica es mas perfecta que todos los numeros juntos» (Cortés, 1659: 4).

Más práctica todavía es la aritmética de Francisco Ochoa de Samaniego, un vitoriano que trabajó en Nápoles y publicó *Arismetica guarisma* (Lecce, 1644) para cubrir, según dice, la falta de libros sobre cálculo mercantil que había en castellano. El libro tiene cuatro partes: la primera es de aritmética, la segunda sobre el funcionamiento de los bancos, la tercera de comisiones, cambios y envío de dinero y la cuarta sobre monedas, pesos y medidas. En la parte dedicada a la aritmética se explica cómo operar con las siete Reglas «de sumar, restar, multiplicar, medio partir, partir por entero, reglas de tres, y con tiempo, que son las maestras de saber hacer todas las que se reduzen a cuenta» (Ochoa, 1644: 1). No da definiciones, e incluye muchos ejemplos en los que opera con el cero y el uno, o con deber y pagar, sin plantear problemas teóricos.

Aunque las aritméticas prácticas en su mayoría eran aritméticas comerciales, hubo alguna dedicada a otros oficios como el *Libro de arithmetica con un tratado de las quatro formas de esquadrones* (Bruselas, 1608) de Sebastián Fernández de Eyzaguirre. De las 230 páginas que tiene dicha obra, la aritmética ocupa doscientas y el tratado de escuadrones sólo treinta. Para la definición de número se cita a Euclides y a Boecio. Se explican las operaciones entre números, la regla de tres y sus aplicaciones y algunos problemas de raíces cuadradas que se aplican luego a los escuadrones. No se discute sobre la unidad, el cero o los negativos.

Se pueden encontrar otros libros de escuadrones o arte militar que tienen algún capítulo de aritmética, pero no discuten sobre la definición de número ni pretenden ser libros de aritmética.

También había manuales que se presentaban como textos de aritmética aplicada, pero que la utilizaban poco, como la *Arithmetica seraphica* (Zaragoza, 1695) que publicó fray Jerónimo de Lorte para gloria de la orden franciscana, o el *Arte de Canto llano […] fundado en principios de aritmética y música* (Madrid, 1699), escrito por un cisterciense para enseñar canto a sus correligionarios.

Los Libros de Cuentas

Como aritméticas exclusivamente prácticas estaban los libros de cuentas que tuvieron mucho éxito en estos siglos. Eran una especie de antepasados de las calculadoras, con los que se podía conocer el resultado de una operación por medio de tablas sin saber mucho de aritmética. Como se trataba de hacer cálculos prácticos y las monedas y las unidades de medida cambiaban de un reino a otro, se editaron libros de cuentas para el reino de Castilla, de los que el más utilizado fue el de Antonio Rodríguez, y para el reino de Aragón, donde quien más vendió fue el catalán Pablo Cerdán.

Pablo Cerdán era contador en Tortosa y publicó *Breve y compendioso tratado de arismetica* (Tortosa, 1624) y *El Nuevo Maestro Contador* (Tortosa, 1634).

La *Arismetica* tiene al comienzo ocho páginas de explicaciones sobre el uso de las tablas y la forma de utilizarlas en algunos problemas de regla de tres, porcentajes, reglas de compañía, o regla de falsa posición. No dice lo que son los números. Luego van 240 páginas con tablas, en las que dado el precio en dineros, sueldos o libras de una unidad se da el coste de una a mil unidades de dicho artículo, en las páginas pares, y los costes de diversas cantidades de palmos de cana o de arrobas de libra catalana para ese precio unitario en las impares. Después de otra breve explicación van otras 120 páginas de tablas con los precios para medidas en libras o varas de Aragón o Valencia.

El Maestro Contador es todavía más sencillo en lo que a la aritmética utilizada se refiere. En su mayoría son tablas de las anualidades, mensualidades o pagos diarios en que debe dividirse el pago total de una renta, un alquiler, un sueldo, etc.

Antonio Rodríguez fue maestro de aritmética de la Universidad de Salamanca y publicó *Arte subtilissima practica y theorica para contar guarismos* (Salamanca, 1595), que tenía una utilidad parecida a la de los libros de Cerdán. La edición original tuvo tres impresiones, una en el siglo XVII, y en 1731 Pedro Enguera publicó una versión actualizada que tuvo más de veinte. La edición original tiene veinte páginas con explicaciones de las tablas y, a continuación, 140 páginas de tablas de multiplicaciones, que no se plantea que sean precios como en Cerdán. Luego van otras 127 páginas con cambios de monedas, equivalencias entre unidades de Castilla y de otros reinos o el reparto en mensualidades de un censo o de un alquiler. Acaba con una tabla sobre «La manera que se ha de tener en formar un escuadrón desde cien soldados hasta 12250» (Rodríguez, 1595: s.p.).

La segunda mitad del siglo

En la segunda mitad del siglo XVII comenzaron a aparecer aritméticas en castellano que adoptaban perspectivas más innovadoras. Entre ellas, la que sigue más de cerca los *Elementos* de Euclides es la *Arithmetica Especulativa, y Practica, y Arte de Algebra* (Barcelona, 1672) de Andrés Puig. Este autor era natural de Vich, pero trabajó como profesor de matemáticas en Barcelona. A lo largo de dicho texto se utilizan los *Elementos* para justificar muchos resultados, y el libro sexto es una «explicación del libro 10 de Euclides», en la que se estudian los irracionales de una forma bastante original. La definición de número que se da no es muy diferente a las que figuran en las aritméticas más teóricas anteriores. En la parte dedicada al álgebra emplea los signos «p» y «m»; pero para representar operaciones no como signos de cantidades, y no considera que los coeficientes o las incógnitas puedan valer una cantidad negativa.

Dentro del movimiento de renovación de las matemáticas españolas que hubo al final del siglo XVII jugó un papel fundamental el jesuita José Zaragoza. Entre los libros que publicó está *Arithmetica Universal* (Valencia, 1669), que tiene cuatro partes: la primera sobre aritmética elemental, la segunda sobre las raíces, la tercera de algebra y la cuarta de problemas. Las definiciones son las habituales tomadas de Euclides; pero planteadas de forma más abstracta. Así, como ejemplo para el número cuatro, pone que «dos hombres y dos ángeles hacen el número cuatro» (Zaragoza, 1669: 1), aceptando una unidad abstracta que vale para seres celestes y terrestres. Los signos + y – se introducen en el apartado sobre la falsa posición, para indicar exceso o defecto en las soluciones parciales encontradas. También se utilizan los signos + y – para indicar operaciones en el álgebra, justificando las reglas para utilizarlos en las operaciones. Además al final del álgebra se dice que «Numeros falsos, o fingidos son los que llevan el signo – y procede quando se resta el numero maior del menor, como 2–5 es lo mesmo que –3, esto es tres menos que cero o nada. Estos numeros son de mucho uso» (Zaragoza, 1669: 329). Pero en los problemas sólo se dan las soluciones positivas, aunque se reconoce que: «se hallan algunas veces dos raíces una verdadera y otra falsa; que es número falso, y sirve para determinar la raíz verdadera» (Zaragoza, 1669: 329).

Por su parte Juan Corachan publicó la *Arithmetica demonstrada theorico-practica* (Valencia, 1699), un libro fundamentalmente pedagógico, que abarca desde las operaciones elementales y la regla de tres o las raíces hasta las progresiones y la combinatoria; pero sin incluir el álgebra. Las definiciones generales de número y unidad que se dan se diferencian poco de las de Euclides, aunque en los números se pide que sea un conjunto de unidades con «orden y distinción». Se acepta el cero como resultado de una operación y en las cuentas se aceptan pagos o deudas. Se introducen los signos + y – en el aparatado dedicado a la regla de la falsa posición diciendo: «El uno es este + que significa Mas y Suma, o Exceso; El otro es este – que denota Menos, Resta o Defecto» (Corachan, 1699: 326). También se definen los números negativos al tratar de las progresiones: «la Arithmetica Descendente no se puede continuar por términos positivos, sino por negativos, de este modo 6, 4, 2, 0, –2, –4, –6, &c, en la qual los números que tienen esta señal – son negativos, que son menos que nada como lo explican los que tratan de Algebra, y de los Logarithmos» (Corachan, 1699: 419).

En la segunda mitad del siglo XVII se editaron algunos cursos generales de matemáticas en los que se incluía un apartado de aritmética. Uno de ellos es el titulado *Theses Mathamaticas* (Cádiz, 1691) firmado por el joven Íñigo de la Cruz Manrique de Lara, aunque probablemente sea el curso de matemáticas que impartía el jesuita Jacobo Kresa en el Colegio de Cádiz de la Compañía de Jesús. En dicho libro, en la parte dedicada a la aritmética, las definiciones de número y unidad son las de Euclides y en el apartado dedicado a los logaritmos se evita trabajar con cantidades negativas. Pero en el álgebra se introducen las «cantidades negadas», y se justifican las reglas de los signos que se enuncian diciendo por ejemplo «Pero si entrambas son negadas, el producto es afirmado: como si – B. se multiplica por – C. el producto es BinC»[1] (Manrique, 1691: 165).

El libro anónimo *Escuela de Palas* (Milán, 1693) es un grueso volumen que tiene dos partes, la primera es un curso de matemáticas, en el que se sigue mayoritariamente a José Zaragoza, y la segunda es un tratado de fortificación. De dicho libro interesan «Tratado I De la Arithmetica», «Tratado VIII Del Arte Analitica o Algebra» y «Tratado IX Del Algebra *Analitica* o Algebra Especiosa». Los tratados primero y octavo están tomados de la *Arithmetica* de Zaragoza, pero simplificándolos y eliminando entre otras cosas lo que se refiere a los números «falsos», aunque en un problema, en el que la solución final es positiva y los valores intermedios negativos, se acepta trabajar con ellos, diciendo: «siendo en esto dignos de admiracion los secretos de esta ciencia, pues de cosas menores que nada se viene a formar algo» (Anónimo, 1693, Trat. VIII: 166).

En el Tratado de álgebra especiosa se sigue a Viète, en lugar de a Zaragoza, y la incógnita y las restantes magnitudes son segmentos, áreas o volúmenes, por lo que no pueden ser negativos, ni cero.

El libro que se nuestra más abierto en esta cuestión es la *Architectura Civil Recta, y Obliqva* (Vigevano, 1678, 3 v.). Su autor Juan Caramuel Lobkowitz había publicado en latín *Mathesis Biceps* (Campagna, 1670) y en castellano dedicó a las matemáticas una parte importante del tomo 1º del libro mencionado. Del concepto de número se trata en el «Tratado II En que se enseña L'Arithmetica» y en

1. Escritura del autor para «B por C». Esta notación para indicar un producto la utilizaba tambien Viète.

el «Tratado III En que se enseña la Logarithmica». Para definir número se dice: «Es el número un agregado intelectual de unidades» (Caramuel, 1678, v. 1, Trat II: 34). Es decir, además de un conjunto y una unidad se necesita una parte «intelectual». Los signos más y menos se definen al comienzo del apartado sobre aritmética, y también los números positivos y negativos: «Llamanse positivos los número que son más que Nada; y negativos aquellos que son menos que nada» (Caramuel, 1678, v. 1, Trat II: 34). Además tiene un apartado, «Artículo IX De los Números Negativos» (Caramuel, 1678, v. 1, Trat II: 52-53), en el que se justifica su existencia con segmentos a derecha e izquierda de un origen, el debe y el haber del cálculo mercantil, o comparándolos con el movimientos en una dirección y la opuesta. Pero no se utilizan los negativos en los cálculos, y se evitan en los logaritmos.

Para tener una referencia de lo que proponían los matemáticos más avanzados de la época se puede considerar lo que decía Isaac Newton en su *Arithmetica Universalis* (Cambridge, 1707), obra basada en las clases que dio en Cambridge a finales del siglo anterior. En él se dice para definir número: «Número no es tanto una multitud de unidades como la razón abstracta de una cantidad a otra del mismo tipo, que se toma por unidad».[2] Se advierte que los números pueden ser enteros, fracciones o irracionales; también positivos o negativos, de los que se dice: «Las cantidades son afirmativas o mayores que cero o negativas o menores que cero».[3] El párrafo continúa explicando que se podría considerar los haberes positivos y los deberes negativos, o mover hacia adelante positivo y hacia atrás negativo, o en una línea la derecha positiva y la izquierda negativa, explicación que no es muy distinta a la que da Caramuel.

2. «Per numerum non tam multitudinem unitatum quam abstracta quantitatis cujusvis ad aliam ejusdem generis quantitatem quæ pro unitate habetur rationem intelligimus» (Newton, 1707: 2).

3. «Quantitates vel affirmativæ sunt seu majores nihilo, vel negativæ seu nihilo minores» (Newton, 1707 : 3).

Referencias bibliográficas

ANÓNIMO (1693), *Escuela de Palas*, Milán, Malatesta.

CARAMUEL, J. (1678), *Architectura Civil Recta, y Obliqva*, Vegeven, Corrado, 3 v.

CORACHAN, J. (1699), *Arithmetica demonstrada theorico-practica*, Valencia, Bordazar.

CORTES, G. (1659), *Arithmetica Practica*, Valencia, Cabrera (1ª edición 1604).

EUCLIDES (1994), *Euclides Elementos Libros V – IX*, Madrid, Gredos (Traducción M. L. Puertas).

MANRIQUE DE LARA I. de la C. (1691), *Theses Mathamaticas*, Cádiz, Requena.

NEWTON, I. (1707), *Arithmetica Universalis*, Cambridge, Academia.

OCHOA DE SAMANIEGO, F. (1644), *Arismetica guarisma*, Lecce, Micheli y Russo.

PÉREZ DE MOYA, J. (1643), *Aritmética Práctica y Especulativa*, Madrid, Díaz de la Carrera (1ª edición 1562).

RODRÍGUEZ. A. (1595), *Arte subtilissima practica y theorica para contar guarismos*, Salamanca, Renaut.

SAN NICOLÁS, L. (1639-1665), *Arte y Uso de Arquitectura […]. Primera Parte*, s. l., s. a., s.e. (1639 por la Tasa). *Segunda Parte*, Madrid, s. a., s. e. (1665 por las censuras).

SANTA CRUZ, M. G. (1643), *Libro de arithmetica especulativa y practica intitulado el Dorado Contador*, Madrid, Martínez (1ª edición 1594).

ZARAGOZA, J. (1669), *Arithmetica Universal*, Valencia, Vilagrasa.